

IMPLEMENTASI *ENSEMBLE KALMAN FILTER* PADA ESTIMASI GERAK PROYEKTIL DI BAWAH PENGARUH FAKTOR TEMPERATUR DAN KECEPATAN ANGIN

Diah Agustin, Erna Apriliani, dan Hendro Nurhadi

¹Departemen Matematika, Fakultas Matematika Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

²Mechatronics and Industrial Automation Research Center, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

e-mail: diahagustin31@gmail.com

Abstrak—Proyektil merupakan bagian dari peluru yang meluncur di udara akibat adanya ekspansi termal yang terjadi di dalam selongsong. Salah satu jenis kaliber proyektil yang dikenal mempunyai daya hancur cukup tinggi adalah proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm. Dalam gerak proyektil yang sangat cepat di bawah pengaruh faktor temperatur dan kecepatan angin, diperlukan suatu estimasi untuk memperkirakan gerak proyektil agar dapat mencapai target dengan tepat. Oleh karena itu, pada tugas akhir ini dilakukan estimasi gerak proyektil di bawah pengaruh faktor temperatur dan kecepatan angin menggunakan metode Ensemble Kalman Filter. Selanjutnya hasil dari simulasi metode Ensemble Kalman Filter dilakukan perbandingan dengan menggunakan metode Kalman Filter yang bertujuan untuk mengetahui keunggulan dari estimasi EnKF. Hasil akhir menunjukkan bahwa estimasi EnKF lebih baik dalam mengestimasi gerak proyektil dengan ditunjukkan persentase akurasi estimasi EnKF adalah 93.96 % untuk variabel V_1 , 97.54 % untuk variabel V_2 , dan 66.10 % untuk variabel V_3 .

Kata Kunci: Gerak Proyektil, Estimasi, Kalman Filter (KF), Ensemble Kalman Filter (EnKF)

PENDAHULUAN

Peluru pada umumnya terdiri dari berbagai bagian yaitu proyektil, selongsong, mesiu, dan permatika. Proyektil merupakan bagian dari peluru yang meluncur di udara akibat adanya ekspansi termal yang terjadi di dalam selongsong (F, Khoiril Metrima. (2015). Pengaruh Temperatur Sintering Metode Metalurgi Serbuk Terhadap Frangibility dan Perfoorma Balistik Peluru Frangible Komposit Cu 10%wtSn. Jurusan Teknik Material dan Metalurgi. ITS. Surabaya). Pada setiap proyektil memiliki ukuran (diameter) proyektil yang dinyatakan sebagai kaliber. Dalam dunia militer saat ini kaliber yang terkenal mempunyai daya hancur tinggi adalah proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm yang didesain untuk senapan berat M2 Browning Machine Gun. Selain itu, dapat digunakan untuk senapan sniper dan senapan mesin dengan proyektil kaliber .50. Kaliber $12,7 \times 99$ mm ini termasuk kelas menengah, amunisi senapan runduk anti material (AMR – Anti-material Rifle) yang dapat digunakan jenis High Explosive (HE) untuk penghancur material, ataupun Armor-Piercing (AP) yang dapat menembus lapisan baja (<https://www.pindad.com/mu3-p>). Karena dalam mencapai misi penembakan saat ini bukan lagi diutamakan untuk tujuan melumpuhkan personil tetapi juga untuk penetrasi terhadap material dengan jarak tembak cukup jauh dan daya hancur yang maksimal.

Sebuah proyektil merusak target dengan cara menembusnya dengan energi kinetik yang

dihasilkan oleh kecepatannya yang sangat tinggi. Dalam gerak proyektil yang sangat cepat, terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi gerak proyektil dalam mencapai target salah satunya adalah faktor lingkungan kecepatan angin dan temperatur sehingga faktor lingkungan tersebut dapat menyebabkan gerak proyektil tidak tepat pada target. Oleh karena itu, diperlukan suatu estimator untuk dapat meminimalkan gangguan (noise) pada gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan sehingga proyektil dapat mencapai target yang diinginkan. Salah satu estimator yang paling banyak dikenal adalah metode Kalman Filter.

Akan tetapi, algoritma pada Kalman Filter hanya dapat diimplementasikan pada model sistem dinamik linear saja, padahal dalam kenyataannya banyak masalah muncul pada model sistem dinamik non-linear salah satunya adalah model sistem pada gerak peluru dibawah pengaruh faktor lingkungan seperti diatas. Dari permasalahan tersebut telah dilakukan pengembangan algoritma Kalman Filter sehingga dapat menangani permasalahan baik pada model sistem dinamik linear maupun pada model sistem dinamik non-linear yaitu metode Ensemble Kalman Filter (EnKF). Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) adalah metode estimasi modifikasi dari algoritma Kalman Filter yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem linear maupun non-linear dengan membangkitkan atau menggunakan sejumlah *ensemble* pada tahap prediksi untuk

kovarian errornya (Evensen, G., (2003). The Ensemble Kalman Filter: Theoretical Formulation and Practical Implementation. Journal of Ocean Dynamics, 53(4), 343-367). Aplikasi dari metode ini dapat digunakan untuk mengestimasi *The Concentration of Air Pollution* (Apriliani, E., dkk. The Square Root Ensemble Kalman Filter to Estimate The Concentration of Air Pollution. In Proceedings of The 2010 IEE, International Conference on Mathematical Application in Engineering (IC-MAE'10), Kuala Lumpur, Malaysia), *Ensemble and Fuzzy Kalman Filter for position estimation of an autonomous underwater vehicle based on dynamical system of AUV motion* (Ngatini, dkk (2017). Ensemble and Fuzzy Kalman Filter for Position Estimation of an Autonomous Underwater Vehicle Based on Dynamical System of AUV Motion). Selain itu, penelitian mengenai metode Ensemble Kalman Filter pada lintasan misil telah dilakukan oleh Sigit Pancahayani pada tahun 2011 yang berjudul "Estimasi Lintasan Misil Dengan Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF)" dimana pada penelitian itu menyatakan bahwa metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dapat digunakan untuk mengestimasi model lintasan misil (Pancahayani dan Sigit. (2011). Estimasi Lintasan Misil Dengan Metode Ensemble Kalman Filter. Tugas Akhir S1. Jurusan Matematika FMIPA – ITS. Surabaya).

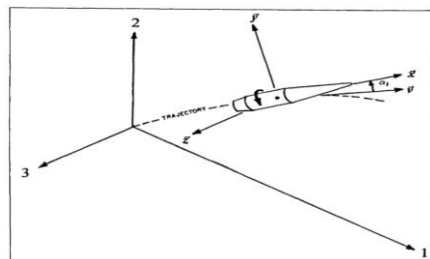
Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan dari penelitian diatas, pada Tugas Akhir ini dilakukan estimasi pada persamaan gerak proyektil kaliber $12,7 \times 99$ mm di bawah pengaruh faktor lingkungan yaitu temperatur dan kecepatan angin dengan menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF). Penelitian ini bermaksud untuk mengestimasi variabel keadaan agar mendapatkan tingkat kesalahan estimasi yang sangat kecil sehingga dapat membantu para prajurit dalam mempelajari ketepatan saat menembak target dengan mempertimbangkan faktor temperatur dan kecepatan angin.

URAIAN PENELITIAN

A. Persamaan Gerak Proyektil Di Bawah Pengaruh Faktor Temperatur dan Kecepatan Angin

Gerak proyektil pada enam derajat kebebasan (6-DOF) diilustrasikan pada sumbu koordinat bumi [1,2,3] dan gerak proyektil ditunjukkan sumbu x, y, z yang dapat dilihat pada Gambar 2.1 dibawah ini (R.L. McCoy. (2012). Modern Exterior Ballistics: The Launch and Flight

Dynamics of Symmetric Projectiles. Surrey: Schiffer Publishing Ltd).



Gambar 2.1 Sistem Koordinat untuk Enam Derajat Kebebasan

Dari gambar 2.1 diatas persamaan differensial gerak proyektil yang menggambarkan gerak translasi pada persamaan (2.1) dan gerak rotasi pada persamaan (2.2) sebagai berikut (H, Ryan. F. (2015). The Mathematical Modelling of Projectile Trajectories Under The Influence of Enviromental Effects. University of New South Wales Canberra at the Australian Defence Force Academy, 2612, Australia):

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\rho v S C_D}{2m} \vec{v} + \frac{\rho S C_{L\alpha}}{2m} [v^2 \vec{x} - (\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{v}] - \frac{\rho S d C_{Np\alpha}}{2m} \left(\frac{I_y}{I_x} \right) (\vec{h} \cdot \vec{x}) (\vec{x} \times \vec{v}) + \frac{\rho v S d (C_{Nq} + C_{Na})}{2m} (\vec{h} \times \vec{x}) + \vec{g} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\vec{h}}{dt} = \frac{\rho v S d^2 C_{Lp}}{2I_x} (\vec{h} \cdot \vec{x}) \vec{x} + \frac{\rho v S d C_{M\alpha}}{2I_y} (\vec{x} \times \vec{v}) + \frac{\rho S d^2 C_{Mp\alpha}}{2I_x} (\vec{h} \cdot \vec{x}) (\vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{x}) \vec{x}) + \frac{\rho v S d^2 (C_{Mq} + C_{Ma})}{2I_y} (\vec{h} - (\vec{h} \cdot \vec{x}) \vec{x}) \quad (2.2)$$

Dengan diberikan pemisalan dan mengganti bentuk vektor *cross product* dan *dot product* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} [\tilde{C}_D] &= \frac{\rho v S C_D}{2m} \\ [\tilde{C}_{Lp}] &= \frac{\rho v S d^2 C_{Lp} p}{2I_y} \\ [\tilde{C}_{L\alpha}] &= \frac{\rho v S C_{L\alpha}}{2m} \\ [\tilde{C}_{M\alpha}] &= \frac{\rho v^2 S d C_{M\alpha}}{2I_y} \\ [\tilde{C}_{Np\alpha}] &= \frac{\rho S d C_{Np\alpha} p}{2m} \\ [\tilde{C}_{L\delta}] &= \frac{\rho v^2 S d \delta_F C_{L\delta}}{2I_y} \\ [\tilde{C}_{Nq}] &= \frac{\rho v S d (C_{Nq} + C_{Na})}{2m} \\ \frac{\rho S d^2 C_{Mp\alpha} p}{2I_y} & \\ [\tilde{C}_{Mq}] &= \frac{\rho v S d^2 (C_{Mq} + C_{Ma})}{2I_y} \\ (\vec{h} \times \vec{x}) &= \frac{d\vec{x}}{dt} \\ (\vec{h} \cdot \vec{x}) &= \frac{I_x p}{I_y} \end{aligned} \quad [\tilde{C}_{Mp\alpha}] =$$

Dari persamaan (2.1) – (2.2) di atas dilakukan substitusi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} v_1 &= V_1 - W_1; & v_2 &= V_2 - W_2; & v_3 &= V_3 - W_3 \\ v^2 &= \vec{v} \cdot \vec{v} = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2; & v &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} \\ \frac{I_x}{I_y} p &= \vec{h} \cdot \vec{x} = h_1 x_1 + h_2 x_2 + h_3 x_3 \\ \cos \alpha_t &= \frac{v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_3 x_3}{v} \end{aligned}$$

Pada Tugas Akhir ini, gerak proyektil diasumsikan bergerak searah sumbu koordinat bumi-1 atau yang biasanya disebut sumbu-x. Selain itu, pada batasan masalah diberikan kecepatan angin bergerak searah atau berlawanan dengan gerak proyektil yang berarti bahwa kecepatan angin bergerak searah sumbu koordinat bumi-1 sedangkan kecepatan angin pada sumbu koordinat bumi-2,3 diabaikan. Sehingga dapat dituliskan kecepatan vektor angin terhadap sumbu koordinat bumi-1,2,3 adalah

$$[W_1, W_2, W_3] = [W_1, 0, 0]$$

dimana W_1 mempunyai nilai positif yang menyatakan kecepatan angin searah dengan gerak proyektil dan bernilai negatif yang menyatakan kecepatan angin berlawanan dengan gerak proyektil. Dari batasan masalah yang diberikan diatas, diperoleh persamaan baru gerak proyektil dengan kecepatan angin searah gerak proyektil pada persamaan (2.3) – (2.8) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= [-\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_2 x_2 - V_3 x_3) V_1 + [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}] x_3 + \\ &[\tilde{C}_{l\alpha}](V_2 x_1 + W_1 x_2) V_2 + [-\tilde{C}_{N_{p\alpha}}] x_2 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_3 x_1 + \\ &W_1 x_3) V_3 + [\tilde{C}_{N_q}] x_3 h_2 + [-\tilde{C}_{N_q}] x_2 h_3 + \\ &[\tilde{C}_D] W_1 + g_1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= [-\tilde{C}_{N_{p\alpha}}] x_3 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_1 x_2 - 2W_1 x_2) V_1 + [-\tilde{C}_D] + \\ &[\tilde{C}_{l\alpha}](-V_1 x_1 + W_1 x_1 - V_3 x_3) V_2 + [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}] x_1 + \\ &[\tilde{C}_{l\alpha}](V_3 x_2) V_3 + [-\tilde{C}_{N_q}] x_3 h_1 + [\tilde{C}_{N_q}] x_1 h_3 + \\ &[\tilde{C}_{l\alpha}](W_1^2 x_2) - [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](-x_3 W_1) + g_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}] x_2 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_1 x_3 - 2W_1 x_3) V_1 + [-\tilde{C}_{N_{p\alpha}}] x_1 + \\ &[\tilde{C}_{l\alpha}](V_2 x_3 - V_3 x_2) V_2 + [-\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_1 x_1 + \\ &W_1 x_1) V_3 + [\tilde{C}_{N_q}] x_2 h_1 + [-\tilde{C}_{N_q}] x_1 h_2 + \\ &[\tilde{C}_{l\alpha}](W_1^2 x_3) - [\tilde{C}_{N_{p\alpha}}](x_2 W_1) + g_3 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \dot{h}_1 &= [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (1 - x_1^2) V_1 + [\tilde{C}_{M_\alpha}] x_3 - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (x_1 x_2) V_2 + \\ &[-\tilde{C}_{M_\alpha}] x_2 - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (x_1 x_3) V_3 + [\tilde{C}_{M_q}] (1 - \\ &x_1^2) h_1 + [-\tilde{C}_{M_q}] (x_1 x_2) h_2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[-\tilde{C}_{M_q}] (x_1 x_3) h_3 + \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_1 + \\ &[\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (-W_1 + W_1 x_1^2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \dot{h}_2 &= [-\tilde{C}_{M_\alpha}] x_3 - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (x_1 x_2) V_1 + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (1 - \\ &x_2^2) V_2 + [\tilde{C}_{M_\alpha}] x_1 - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (x_2 x_3) V_3 + \\ &[-\tilde{C}_{M_q}] (x_1 x_2) h_1 + [\tilde{C}_{M_q}] (1 - x_2^2) h_2 + \\ &[-\tilde{C}_{M_q}] (x_2 x_3) h_3 + \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_2 + \\ &[\tilde{C}_{M_\alpha}] (W_1 x_3) + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (W_1 x_1 x_2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \dot{h}_3 &= [-\tilde{C}_{M_\alpha}] x_2 - [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (x_1 x_3) V_1 + [-\tilde{C}_{M_\alpha}] x_1 - \\ &[\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (x_2 x_3) V_2 + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (1 - x_3^2) V_3 + \\ &[-\tilde{C}_{M_q}] (x_1 x_3) h_1 + [-\tilde{C}_{M_q}] (x_2 x_3) h_2 + \\ &[\tilde{C}_{M_q}] (1 - x_3^2) h_3 + \left([\tilde{C}_{l_p}] + [\tilde{C}_{l_\delta}] \right) x_3 + \\ &[\tilde{C}_{M_\alpha}] (-W_1 x_2) + [\tilde{C}_{M_{p\alpha}}] (+W_1 x_1 x_3) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Sebagai tambahan, diberikan persamaan gerak kinematik pada gerak proyektil yang dinyatakan sebagai posisi pusat massa proyektil relatif terhadap sistem tetap koordinat bumi-1,2,3 yang diberikan oleh vektor \vec{X} sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_{10} + \int_0^t V_1 dt; & X_2 &= X_{20} + \int_0^t V_2 dt \\ X_3 &= X_{30} + \int_0^t V_3 dt \end{aligned} \quad (2.9)$$

dimana perhitungan posisi masing-masing sumbu koordinat bumi adalah posisi awal ditambah dengan perubahan kecepatan terhadap langkah waktu.

B. Diskritisasi

Persamaan gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan merupakan model sistem dinamik deterministik waktu kontinu. Pada implementasi metode Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter digunakan waktu diskrit, sehingga model persamaan gerak proyektil tersebut diubah menjadi bentuk model sistem dinamik waktu diskrit dengan menggunakan metode Beda hingga maju.

Model dinamis gerak proyektil dibawah pengaruh lingkungan merupakan sistem deterministik. Model tersebut mengabaikan adanya *noise* atau gangguan. *Noise-noise* tersebut dapat terjadi pada model sistem seperti kesalahan dalam memodelkan dan juga *noise* dapat terjadi pada model pengukuran. Walaupun *noise* berukuran sangat kecil namun perlu diperhitungkan adanya suatu *noise*.

C. Implementasi Metode Kalman Filter

Metode Kalman Filter digunakan untuk model sistem linear, sedangkan model gerak proyektil non-linear sehingga perlu dilakukan pendekatan dengan melakukan pelinearan menggunakan matriks Jacobi (Agus, N.A.S, dkk (2018). Perbandingan Metode Kalman Filter, Extended Kalman Filter, dan Ensemble Kalman Filter pada Model Penyebaran Virus HIV/AIDS. Journal Mathematics and Its Applications Vol.15, No.1, Maret 2018,17-29). Setelah pelinearan dilakukan, maka diperoleh model sistem dan model pengukuran pada algoritma Kalman Filter. Model sistemnya adalah

$$X_{k+1} = A_k X_k + B_k U_k + G_k W_k$$

Dimana: $U_k = \Delta t$

$$A_k = \begin{bmatrix} \Delta t a_{11} + 1 & \Delta t n_{12} & \Delta t o_{13} & 0 & \Delta t e_{15} & \Delta t f_{16} \\ \Delta t m_{21} & \Delta t b_{22} + 1 & \Delta t o_{23} & \Delta t d_{24} & 0 & \Delta t f_{26} \\ \Delta t m_{31} & \Delta t n_{32} & \Delta t c_{33} + 1 & \Delta t d_{34} & \Delta t e_{35} & 0 \\ \Delta t a_{41} & \Delta t b_{42} & \Delta t c_{43} & \Delta t d_{44} + 1 & \Delta t e_{45} & \Delta t f_{46} \\ \Delta t a_{51} & \Delta t b_{52} & \Delta t c_{53} & \Delta t d_{54} & \Delta t e_{55} + 1 & \Delta t f_{56} \\ \Delta t a_{61} & \Delta t b_{62} & \Delta t c_{63} & \Delta t d_{64} & \Delta t e_{65} & \Delta t f_{66} + 1 \end{bmatrix}$$

$$B_k = \begin{bmatrix} g_{17} \\ g_{27} \\ g_{37} \\ g_{47} \\ g_{57} \\ g_{67} \end{bmatrix}; \quad G_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2.24)

dengan model pengukuran yaitu

$$Z_k = H(X_k) + v_k$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

(2.25)

dengan asumsi

$$X_0 \sim N(\bar{X}_0, P_{X_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

Dimana pemisalan diatas sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11} &= [-\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_2 x_2 - V_3 x_3) \\ a_{21} &= [-\tilde{C}_{Np\alpha}]x_3 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_1 x_2 - 2W_1 x_2) \\ a_{31} &= [\tilde{C}_{Np\alpha}]x_2 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_1 x_3 - 2W_1 x_3) \\ a_{41} &= [\tilde{C}_{Mpa}](1 - x_1^2) \\ a_{51} &= [-\tilde{C}_{M\alpha}]x_3 - [\tilde{C}_{Mpa}](x_1 x_2) \\ a_{61} &= [-\tilde{C}_{M\alpha}]x_2 - [\tilde{C}_{Mpa}](x_1 x_3) \\ b_{12} &= [\tilde{C}_{Np\alpha}]x_3 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_2 x_1 + W_1 x_2) \\ b_{22} &= [-\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_1 x_1 + W_1 x_1 - V_3 x_3) \\ b_{32} &= [-\tilde{C}_{Np\alpha}]x_1 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_2 x_3 - V_3 x_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{42} &= [\tilde{C}_{M\alpha}]x_3 - [\tilde{C}_{Mpa}](x_1 x_2) \\ b_{52} &= [\tilde{C}_{Mpa}](1 - x_2^2) \\ b_{62} &= [-\tilde{C}_{M\alpha}]x_1 - [\tilde{C}_{Mpa}](x_2 x_3) \\ c_{13} &= [-\tilde{C}_{Np\alpha}]x_2 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_3 x_1 + W_1 x_3) \\ c_{23} &= [\tilde{C}_{Np\alpha}]x_1 + [\tilde{C}_{l\alpha}](V_3 x_2) \\ c_{33} &= [-\tilde{C}_D] + [\tilde{C}_{l\alpha}](-V_1 x_1 + W_1 x_1) \\ c_{43} &= [-\tilde{C}_{M\alpha}]x_2 - [\tilde{C}_{Mpa}](x_1 x_3) \\ c_{53} &= [\tilde{C}_{M\alpha}]x_1 - [\tilde{C}_{Mpa}](x_2 x_3) \\ c_{63} &= [\tilde{C}_{Mpa}](1 - x_3^2) \\ d_{14} &= 0 \\ d_{24} &= [-\tilde{C}_{Nq}]x_3 \\ d_{34} &= [\tilde{C}_{Nq}]x_2 \\ d_{44} &= [\tilde{C}_{Mq}](1 - x_1^2) \\ d_{54} &= [-\tilde{C}_{Mq}](x_1 x_2) \\ d_{64} &= [-\tilde{C}_{Mq}](x_1 x_3) \\ e_{15} &= [\tilde{C}_{Nq}]x_3 \\ e_{25} &= 0 \\ e_{35} &= [-\tilde{C}_{Nq}]x_1 \\ e_{45} &= [-\tilde{C}_{Mq}](x_1 x_2) \\ e_{55} &= [\tilde{C}_{Mq}](1 - x_2^2) \\ e_{65} &= [-\tilde{C}_{Mq}](x_2 x_3) \\ f_{16} &= [-\tilde{C}_{Nq}]x_2 \\ f_{26} &= [\tilde{C}_{Nq}]x_1 \\ f_{36} &= 0 \\ f_{46} &= [-\tilde{C}_{Mq}](x_1 x_3) \\ f_{56} &= [-\tilde{C}_{Mq}](x_2 x_3) \\ f_{66} &= [\tilde{C}_{Mq}](1 - x_3^2) \\ g_{17} &= [\tilde{C}_D]W_1 + g_1 \\ g_{27} &= [\tilde{C}_{l\alpha}](W_1^2 x_2) - [\tilde{C}_{Np\alpha}](-x_3 W_1) + g_2 \\ g_{37} &= [\tilde{C}_{l\alpha}](W_1^2 x_3) - [\tilde{C}_{Np\alpha}](x_2 W_1) + g_3 \\ g_{47} &= ([\tilde{C}_{lp}] + [\tilde{C}_{ls}])x_1 + [\tilde{C}_{Mpa}](-W_1 + W_1 x_1^2) \\ g_{57} &= ([\tilde{C}_{lp}] + [\tilde{C}_{ls}])x_2 + [\tilde{C}_{M\alpha}](W_1 x_3) + [\tilde{C}_{Mpa}](W_1 x_1 x_2) \\ g_{67} &= ([\tilde{C}_{lp}] + [\tilde{C}_{ls}])x_3 + [\tilde{C}_{M\alpha}](-W_1 x_2) + [\tilde{C}_{Mpa}](W_1 x_1 x_3) \end{aligned}$$

D. Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter

Metode Ensemble Kalman Filter dapat digunakan untuk model sistem linear maupun non-linear, sehingga model gerak proyektil non-linear dapat diterapkan secara langsung pada algoritma Ensemble Kalman Filter (Curn. (2014). Correlated Estimation Problems and The Ensemble Kalman Filter. Dissertation of Department of Philosophy

(Computer Science), Trinity College, Ireland: University of Dublin).

Model sistem:

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k) + w_k \quad (2.26)$$

Dengan:

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} V_{1k+1} \\ V_{2k+1} \\ V_{3k+1} \\ h_{1k+1} \\ h_{2k+1} \\ h_{3k+1} \end{bmatrix}; w_k = \begin{bmatrix} w_{1k} \\ w_{2k} \\ w_{3k} \\ w_{4k} \\ w_{5k} \\ w_{6k} \end{bmatrix}$$

$$f(X_k, u_k) = \begin{bmatrix} \Delta t[a_{11}V_{1k} + b_{12}V_{2k} + c_{13}V_{3k} + e_{15}h_{2k} + f_{16}h_{3k} + g_{17}] + V_{1k} \\ \Delta t[a_{21}V_{1k} + b_{22}V_{2k} + c_{23}V_{3k} + d_{24}h_{1k} + f_{26}h_{3k} + g_{27}] + V_{2k} \\ \Delta t[a_{31}V_{1k} + b_{32}V_{2k} + c_{33}V_{3k} + d_{34}h_{1k} + e_{35}h_{2k} + g_{37}] + V_{3k} \\ \Delta t[a_{41}V_{1k} + b_{42}V_{2k} + c_{43}V_{3k} + d_{44}h_{1k} + e_{45}h_{2k} + f_{46}h_{3k} + g_{47}] + h_{1k} \\ \Delta t[a_{51}V_{1k} + b_{52}V_{2k} + c_{53}V_{3k} + d_{54}h_{1k} + e_{55}h_{2k} + f_{56}h_{3k} + g_{57}] + h_{2k} \\ \Delta t[a_{61}V_{1k} + b_{62}V_{2k} + c_{63}V_{3k} + d_{64}h_{1k} + e_{65}h_{2k} + f_{66}h_{3k} + g_{67}] + h_{3k} \end{bmatrix}$$

Dimana w_k adalah noise sistem yang berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varians Q , $w_k \sim N(0, Q_k)$.

Model pengukuran:

$$z_k = H \cdot x_k + v_k$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \\ v_{3k} \\ v_{4k} \\ v_{5k} \\ v_{6k} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Dimana v_k adalah noise pengukuran yang berdistribusi normal dengan *mean* nol dan varians R , $v_k \sim N(0, R_k)$.

SIMULASI DAN ANALISIS HASIL

Simulasi dilakukan dengan menerapkan algoritma Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter pada model gerak proyektil dibawah pengaruh faktor lingkungan. Dalam simulasi ini, diberikan nilai awal sebagai berikut:

Tabel 3.1 Nilai Awal

Parameter Awal	Nilai
V_1	100 m/s
V_2	90 m/s
V_3	100 m/s
h_1	0.52 rad
h_2	0.79 rad
h_3	1.57 rad

Dan nilai parameter yang digunakan adalah

$$\begin{aligned} \rho_{min} &= 1.2043 \text{ kg/m}^3 & C_{lp} &= -0.0125 \\ \rho_{maks} &= 1.1646 \text{ kg/m}^3 & C_{l\delta} &= -0.009 \\ d &= 0.0127 \text{ m} \\ C_{M\alpha} &= 3.26 \\ S &= 0.000127 \text{ m}^2 & C_{Mpa} &= 2.6 \\ v &= 900 \text{ m/s} \\ C_{Mq} + C_{Ma} &= 1.2 \\ p &= 3.5 \text{ rad/sec} & g_1 &= -5.43 \text{ m/s}^2 \\ m &= 0.0452 \text{ kg} & g_2 &= -32.174 \text{ m/s}^2 \\ C_{l\alpha} &= 1.63 \\ g_3 &= 0 \text{ m/s}^2 \\ C_{Np\alpha} &= 6.05 \\ x_1 &= 1 \text{ rad} \\ C_d &= 0.14 \\ x_2 &= 0 \text{ rad} \\ C_{Nq} + C_{Na} &= -6.6 \\ x_3 &= 0.015 \text{ rad} \\ W_1 &= 3.6 \text{ m/s} & \delta_F &= 0.52 \text{ rad} \\ W_2 &= 0 \text{ m/s} \\ I_y &= 12.97 \text{ kg/m}^2 \\ W_3 &= 0 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Selain itu, dalam simulasi nilai dari varians P_{x_0} , Q_k , dan R_k yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$P_{x_0} = \begin{bmatrix} 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix}$$

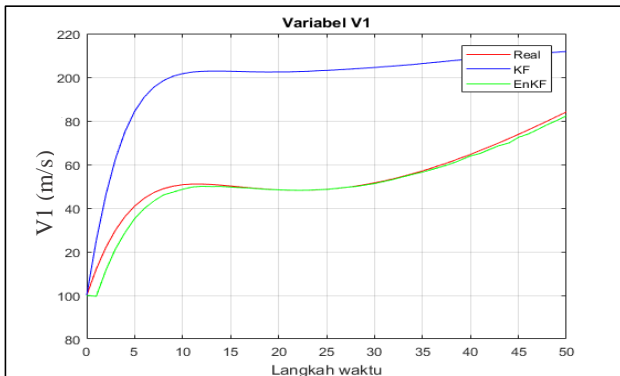
$$Q_k = \begin{bmatrix} 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$\text{Dan } R_k = \begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}$$

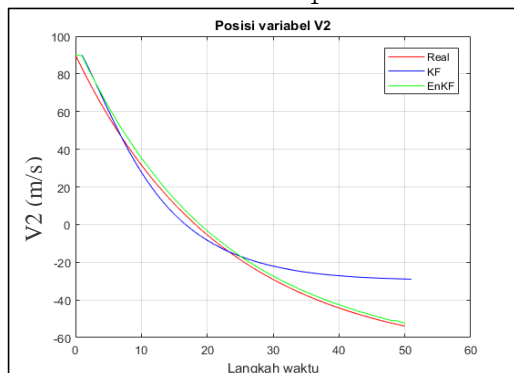
1. Simulasi pada Kepadatan Udara (ρ) dan Kecepatan Angin (W_1) Kondisi Maksimum

Dalam simulasi ini, diberikan nilai kepadatan udara (ρ) maksimum yaitu 1.1455 kg/m³ dan Kecepatan Angin (W_1) rata-rata yaitu 10.8 m/s. Pada kedua metode dilakukan iterasi sebanyak 50

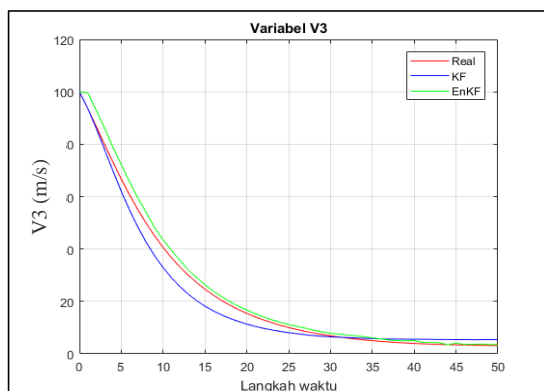
kali. Hasil simulasi perbandingan antara nilai kondisi real, hasil estimasi Kalman Filter dan Ensemble Kalman Filter dapat dilihat pada Gambar 3.1-3.3 berikut ini.



Gambar 3.1 Perbandingan Nilai Real dan Estimasi variabel V_1



Gambar 3.2 Perbandingan Nilai Real dan Estimasi variabel V_2



Gambar 3.3 Perbandingan Nilai Real dan Estimasi variabel V_3

Pada gambar 3.2-3.4 diatas merupakan grafik kombinasi antara nilai real, nilai estimasi KF dan EnKF pada kecepatan sumbu koordinat bumi-1,2, dan 3. Dari gambar 3.2 diatas terlihat bahwa kecepatan awal yang dimiliki proyektil yang mendapatkan dorongan dari selongsong dan adanya kecepatan angin pada kondisi ideal searah sumbu-1 (W_1) mengakibatkan kecepatan proyektil

bertambah dalam waktu yang cepat dan kemudian proyektil bergerak dengan kecepatan yang bertambah seiring dengan langkah waktu yang relatif. Sedangkan pada gambar 3.3 dan 3.4 diatas mempresentasikan bahwa gerak proyektil pada sumbu-2,3 mengalami penurunan kecepatan terhadap langkah waktu. Hal ini dikarenakan gerak proyektil yang didesain berotasi, dan kecepatan angin pada sumbu-2, 3 (W_2, W_3) yang diabaikan menyebabkan kecepatan proyektil pada sumbu-2 dan 3 berkurang sehingga gangguan gerak proyektil semakin kecil. Dengan demikian proyektil dapat bergerak mencapai target dengan cepat.

Selain itu, dapat dilihat pengaruh faktor temperatur dan kecepatan angin pada kondisi ideal menunjukkan bahwa kedua faktor tidak memberikan pengaruh yang besar. Hal ini dikarenakan kecepatan yang dimiliki proyektil cukup besar yaitu 900 m/s sedangkan faktor yang mempengaruhi yaitu kepadatan udara (ρ) sebesar 1.1455 kg/m^3 dan kecepatan Angin (W_1) sebesar 10.8 m/s. Jadi dapat disimpulkan bahwa kondisi ideal di Kota Surabaya tergolong cukup stabil untuk gerak proyektil dengan kaliber $12.7 \times 99 \text{ mm}$. Untuk mengetahui hasil estimasi pada metode KF dan metode EnKF dapat dilihat dari tingkat kesalahan dalam bentuk RMSE (Root Mean Square Error) terhadap masing-masing variabel yang telah disajikan pada Tabel 3.2 berikut ini.

Tabel 3.2 Nilai RMSE setiap variabel

Lang-Kah	RSME Variabel V_1		RSME Variabel V_2		RSME Variabel V_3	
	KF	EnKF	KF	EnKF	KF	EnKF
50	3.864	0.278	5.294	0.054	0.253	0.012

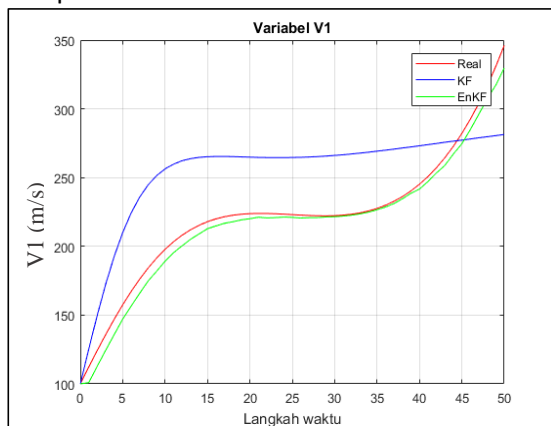
Pada tabel 3.2 diatas secara keseluruhan dari kedua metode terlihat bahwa nilai RMSE untuk metode Kalman Filter relatif besar yaitu nilai error pada interval $0 \leq \text{error} \leq 5.2940$. Sedangkan nilai RMSE untuk metode Ensemble Kalman Filter relatif kecil yaitu nilai error pada interval $0 \leq \text{error} \leq 0.2777$. Hal ini terjadi karena metode KF kurang bekerja secara maksimal dan metode EnKF bekerja cukup baik dalam mengestimasi model gerak proyektil di bawah pengaruh faktor angin dan temperatur. Percobaan simulasi juga dilakukan perhitungan pada faktor temperatur minimum menggunakan kecepatan angin maksimum dan sebaliknya diperoleh hasil yang hampir sama dengan simulasi faktor temperatur minimum

menggunakan kecepatan angin minimum dan simulasi faktor maksimum dengan menggunakan kecepatan angin maksimum. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa kedua faktor tersebut tidak mempengaruhi satu sama lain.

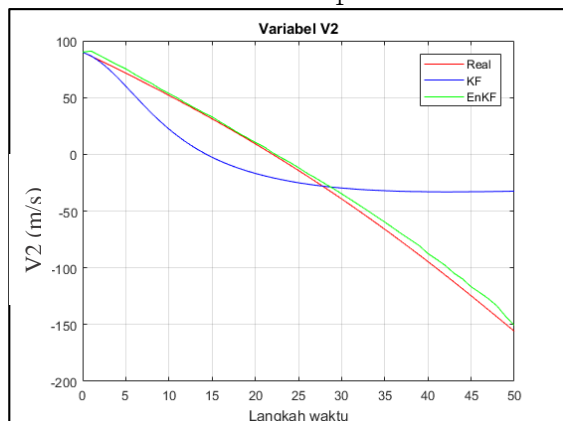
Selain itu pada hasil simulasi menunjukkan bahwa waktu sampling (dt) yang digunakan adalah $dt = 0.1$ dan iterasi yang digunakan yaitu 50 langkah waktu sudah menunjukkan gerak parabola dari lintasan proyektil pada saat ditembakkan hingga mencapai ke tanah. Jadi dapat disimpulkan bahwa proyektil bergerak dalam waktu ± 2 detik dan dapat dipastikan bahwa pada waktu 5 detik peluru yang di tembakan sudah mencapai ke tanah.

2. Simulasi pada Kepadatan Udara (ρ) dan Kecepatan Angin (W_1) di Lingkungan Tropis Ekstrim

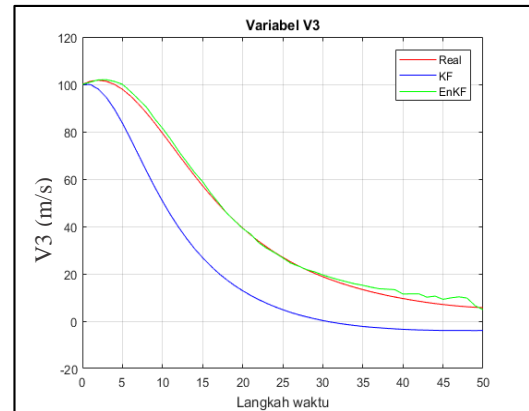
Dalam simulasi ini, model gerak proyektil diaplikasikan pada lingkungan tropis yang cukup ekstrim, dimana diberikan nilai kepadatan udara (ρ) yaitu 1.1455 kg/m^3 dan Kecepatan Angin (W_1) tertinggi yaitu 118.32 m/s . Hasil simulasi dapat dilihat pada Gambar 3.4 berikut.



Gambar 3.4 Perbandingan Nilai Real dan Estimasi variabel V_1



Gambar 3.5 Perbandingan Nilai Real dan Estimasi variabel V_2



Gambar 3.6 Perbandingan Nilai Real dan Estimasi variabel V_3

Gambar 3.4 diatas terlihat bahwa kecepatan angin (W_1) tertinggi pada lingkungan ekstrim sangat memberikan pengaruh yang cukup besar terhadap model gerak proyektil. Hal ini dapat dilihat dari kecepatan awal yang dimiliki proyektil yang mendapatkan dorongan dari selongsong dan ditambah dengan faktor kecepatan angin searah sumbu-1 (W_1) tertinggi yang cukup ekstrim menyebabkan kecepatan proyektil bertambah besar dalam waktu yang konstan.

Sedangkan pada gambar 3.5 dan 3.6 diatas mem-presentasikan bahwa gerak proyektil pada sumbu-2,3 mengalami penurunan kecepatan terhadap langkah waktu. Hal ini dikarenakan gerak proyektil yang didesain berotasi, dan kecepatan angin pada sumbu-2, 3 (W_2, W_3) yang diabaikan menyebabkan kecepatan proyektil pada sumbu-2 dan 3 (V_2, V_3) berkurang sehingga gangguan gerak proyektil semakin kecil.

Selain itu, pada grafik tersebut menunjukkan bahwa grafik estimasi EnKF mendekati nilai real dan grafik estimasi KF kurang bekerja secara maksimal dimana terlihat menjauhi nilai real. Sehingga dapat disimpulkan bahwa estimasi menggunakan metode EnKF lebih baik daripada metode KF. Untuk mengetahui hasil estimasi pada metode KF dan metode EnKF dapat dilihat dari tingkat kesalahan dalam bentuk RMSE (Root Mean Square Error) terhadap masing-masing variabel yang telah disajikan pada Tabel 3.3 berikut ini.

Tabel 3.3 Nilai RMSE setiap variabel

Lang-Kah	RSME Variabel V_1		RSME Variabel V_2		RSME Variabel V_3	
	KF	EnKF	KF	EnKF	KF	EnKF
50	5.078	1.667	15.71	0.96	2.009	0.161

Pada tabel 3.3 diatas secara keseluruhan dari kedua metode terlihat bahwa nilai RMSE untuk metode Kalman Filter relatif besar yaitu nilai error pada interval $0 \leq error \leq 15.708$. Sedangkan nilai RMSE untuk metode Ensemble Kalman Filter relatif kecil yaitu nilai error pada interval $0 \leq error \leq 1.6671$. Hal ini terjadi karena metode KF kurang bekerja secara maksimal dan metode EnKF bekerja cukup baik dalam mengestimasi model gerak proyektil.

Dari percobaan faktor lingkungan tropis yang cukup ekstrim pada model gerak proyektil diatas yaitu kepadatan udara (ρ) dan kecepatan angin (W_1) menunjukkan perubahan grafik yang signifikan. Hal ini karena kecepatan angin yang cukup tinggi yaitu 118.32 m/s yang bergerak searah proyektil atau bergerak terhadap sumbu-1 mampu memberikan dorongan yang cukup besar terhadap gerak proyektil sehingga kecepatan proyektil menjadi bertambah dan menyebabkan lintasan proyektil semakin bertambah jauh. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa model gerak proyektil dibawah pengaruh lingkungan tropis sangat cocok untuk diaplikasikan pada lingkungan tropis yang cukup ekstrim.

Dari beberapa kondisi yang telah diaplikasikan pada model gerak proyektil yaitu kondisi ideal, minimum, dan maksimum Kota Surabaya serta lingkungan ekstrim diperoleh hasil analisis bahwa batas minimum dan maksimum dari kecepatan angin yang digunakan adalah sebesar 0.3 m/s dan 122 m/s sehingga proyektil layak untuk ditembakkan hingga mencapai pada tanah dengan jarak lintasan proyektil kurang dari 2 km.

Telah dijelaskan pada subbab sebelumnya bahwa semua percobaan diatas dilakukan dengan membangkitkan sebanyak 100 buah ensemble. Untuk memperoleh tingkat kesalahan yang cukup baik pada metode KF dan metode EnKF maka pada metode EnKF akan dilakukan percobaan dengan membangkitkan 50, 100, 200, dan 300 buah ensemble. Pada metode EnKF sejumlah ensemble dibangkitkan untuk tahap inisialisasi nilai awal \bar{X}_0 yang selanjutnya digunakan pada tahap prediksi. Dan pada simulasi digunakan 50 kali iterasi sehingga diperoleh hasil nilai RMSE yang dapat dilihat pada tabel 3.4 berikut ini.

Tabel 3.4 Nilai RMSE Pada Sejumlah Ensemble

Ensemble	RMSE
----------	------

	V_1 m/s	V_2 m/s	V_3 m/s	Waktu Komputasi (s)
50	0.2598	0.0384	0.0005	1.887020
100	0.2337	0.0377	0.0012	2.277229
200	0.2062	0.0769	0.0411	3.120454
300	0.2010	0.0909	0.0538	4.120753

Pada tabel 3.4 diatas menunjukkan hasil estimasi EnKF pada sejumlah ensemble. Dari tabel tersebut, metode EnKF untuk variabel V_1 menunjukkan estimasi yang paling akurat dengan 300 ensemble, untuk variabel V_2 dengan 50 dan 100 ensemble dan untuk variabel V_3 dengan 50 ensemble. Selain itu, tabel 3.4 diatas juga menunjukkan waktu komputasi dari setiap ensemble. Hasil waktu komputasi yang diperoleh menunjukkan bahwa semakin banyak ensemble yang digunakan maka semakin bertambah pula waktu komputasi. Terlihat bahwa waktu komputasi terkecil ada pada 50 ensemble. Selain itu, untuk mendapatkan nilai RMSE yang akurat maka dilakukan running sebanyak 100 kali pada metode KF dan EnKF sehingga diperoleh tabel 3.5 sebagai berikut.

Tabel 3.5 Persentase Nilai Error Pada Posisi V_1, V_2, V_3

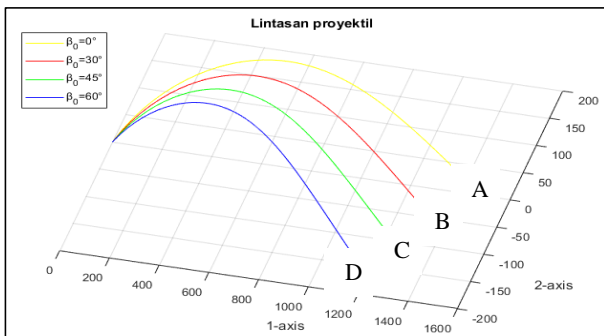
Metode	V_1	V_2	V_3
KF	4.472	5.612	0.236
EnKF	0.270	0.138	0.080

Tabel 3.5 Tabel 4.7 diatas menunjukkan bahwa estimasi metode EnKF lebih baik daripada estimasi KF. Hal ini ditunjukkan dari nilai estimasi EnKF 93.96 % untuk variabel V_1 , 97.54 % untuk variabel V_2 , dan 66.10 % untuk variabel V_3 .

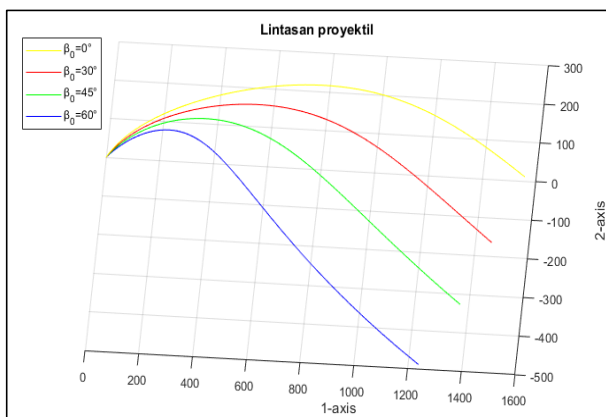
3. Simulasi Lintasan Proyektil Pada Target Bergerak

Pada simulasi ini diberikan tambahan informasi juga mengenai lintasan proyektil pada target yang bergerak dimana target bergerak diasumsikan berupa kumpulan titik-titik hasil tembak yang dijadikan sebagai lintasan gerak target. Selain itu, pada simulasi ini dilakukan pengamatan pada sudut tembak (pitch) yaitu $\alpha_0 = 30^\circ$ dengan sudut yaw yaitu $\beta_0 = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ untuk mengetahui jarak pada lintasan gerak proyektil. Hasil simulasi lintasan proyektil dapat dilihat pada

gambar 3.7 dan 3.8 dengan kecepatan angin yaitu $W_1 = 10.8 \text{ m/s}$ dan $W_1 = 118.32 \text{ m/s}$.



Gambar 3.7 Lintasan Proyektil Pada Target Beberapa Titik di Lingkungan Tropis Maksimum Kota Surabaya



Gambar 3.8 Lintasan Proyektil Pada Target Beberapa Titik di Lingkungan Tropis Ekstrim

Gambar 3.7-3.8 diatas merupakan grafik lintasan proyektil dengan berbagai varian sudut tembak yaw (β_0). Selain itu, pada gambar diatas diberikan kecepatan proyektil sumbu-2 (V_2) yang berbeda-beda sehingga menghasilkan titik target yang berbeda-beda juga dimana titik-titik target inilah yang akan dijadikan sebagai lintasan gerak target berupa garis lurus. Kecepatan proyektil sumbu-2 (V_2) yang berbeda-beda memberikan pengaruh terhadap sudut tembak yaw gerak proyektil. Hal ini disebabkan karena semakin besar kecepatan pada sumbu-2 (V_2) yang diberikan maka gerak proyektil akan mendapatkan tekanan sehingga mengakibatkan bergesernya sudut tembak yaw mendekati nol atau dapat dikatakan semakin kecil sudut tembak yaw pada gerak proyektil. Jadi, semakin besar kecepatan pada sumbu-2 (V_2) yang diberikan, maka dihasilkan sudut tembak yaw yang semakin kecil dan posisi lintasan pada sumbu-2 semakin besar. Dan begitupun sebaliknya. Untuk mengetahui titik-titik target pada masing-masing sudut tembak dapat dilihat pada Tabel 3.6 dan 3.7.

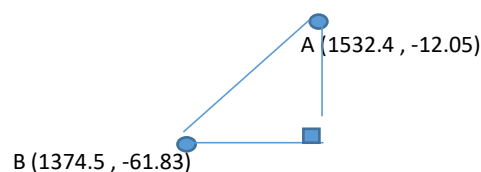
Tabel 3.6 Lintasan Proyektil di Kota Surabaya

Sudut tembak yaw (β_0)	V_2	Titik Target	
		Sumbu-1	Sumbu-2
0°	160 m/s	1532.4 m	-12.05 m
30°	140 m/s	1374.5 m	-61.83 m
45°	120 m/s	1265.7 m	-108.56 m
60°	100 m/s	1171.7 m	-155.43 m

Tabel 3.7 Lintasan Proyektil Pada Lingkungan Tropis Ekstrim

Sudut tembak yaw (β_0)	Kecepatan pada sumbu-2 (V_2)	Titik Target	
		Sumbu-1 (x)	Sumbu-2 (y)
0°	90 m/s	1556.5 m	10.17 m
30°	80 m/s	1469.9 m	-163.07 m
45°	70 m/s	1368.9 m	-326.53 m
60°	60 m/s	1238.8 m	-487.48 m

Tabel 3.6-3.7 diatas merupakan letak titik-titik target dari masing-masing sudut tembak yaw. Dari tabel tersebut, lintasan gerak target yang berupa titik-titik target dapat memberikan informasi pada sang penembak dalam hal penembakan dimana jika diketahui posisi dari suatu target maka dapat digunakan sudut tembak yaw dan kecepatan proyektil sumbu-2 (V_2) seperti yang terlihat pada tabel 3.6 dan 3.7. Selain itu, pada gambar 3.7-3.8 terlihat bahwa titik target A,B,C, dan D yang diasumsikan garis lurus menjadi lintasan target dengan target berupa tank yang bergerak mempunyai kecepatan 19.44 m/s. Ilustrasinya target bergerak sebagai berikut: Misalkan pada gambar 3.7 target yang berupa tank bergerak dari titik A ke titik B yang dapat dilihat pada gambar 3.9 dibawah ini.



Gambar 3.9 Lintasan Proyektil Dari Titik A ke B

Dengan menggunakan rumus pythagoras dapat diperoleh jarak antara titik A dengan titik B yaitu 165.56 m. Sehingga tank mempunyai informasi

jarak 165.56 m dengan kecepatan 19.44 m/s. Dan dengan menggunakan rumus kecepatan merupakan jarak per satuan waktu sebagai berikut :

$$V = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{V} = \frac{165.56}{19.44} = 8.516 \text{ s} = 9 \text{ s}$$

Sehingga dapat diperoleh waktu tempuh tank yaitu 9 s. Jadi, ini dapat menjadi informasi untuk penembak jika jarak tempuh dan kecepatan tank yang bergerak diketahui maka dapat diperkirakan waktu tembak proyektil dengan kecepatan dan sudut tembak yaw (β_0) yang digunakan.

Sebagai tambahan, jika pada kondisi maksimum di Kota Surabaya dilakukan penembakan dengan satu sudut tembak (yaw) kemudian diberikan beberapa macam kecepatan proyektil sumbu-2 (V_2) sehingga diperoleh titik target yang dapat dilihat pada tabel 3.8 sebagai berikut.

Tabel 3.8 Lintasan Proyektil Pada Sudut Tembak Yaw Tetap

Sudut tembak yaw (β_0)	Kecepatan proyektil sumbu-2 (V_2)	Titik Target	
		Sumbu-1 (x)	Sumbu-2 (y)
0° 30° 45° 60°	160 m/s	1491.7 m	-4.39 m
	140 m/s	1356.9 m	-54.76 m
	120 m/s	1250.6 m	-103.47 m
	100 m/s	1172.1 m	-150.69 m

Tabel 3.8 diatas merupakan lintasan proyektil dengan target bergerak pada kondisi maksimum di Kota Surabaya. Dari tabel tersebut menunjukkan bahwa dengan diberikan satu sudut tembak (β_0) dengan menggunakan berbagai kecepatan proyektil pada sumbu-2 (V_2) yang berbeda-beda menunjukkan hasil bahwa V_2 bukan memberikan pengaruh pada jarak lintasan (posisi sumbu-x), akan tetapi berpengaruh pada posisi akhir dari proyektil yang ditembakkan (posisi sumbu-y).

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Persamaan model gerak proyektil yang digunakan dipengaruhi oleh faktor kecepatan angin yang searah gerak proyektil sumbu-1 (W_1) dan suhu udara minimum dan maksimum (ρ). Hasil analisis menunjukkan bahwa di kota

Surabaya kecepatan angin dan suhu udara pada kondisi minimum maupun maksimum kurang memberikan pengaruh yang besar terhadap gerak proyektil. Hal ini dikarenakan interval pada nilai kondisi minimum dan maksimum relatif kecil dan tidak jauh berbeda sehingga hasil grafik yang dihasilkan kurang terlihat menunjukkan perbedaan yang signifikan. Oleh karena itu, diberikan contoh pada kondisi lingkungan ekstrim dengan kecepatan angin sumbu-1 (W_1) yang cukup tinggi dengan suhu udara (ρ) maksimum diperoleh hasil grafik yang signifikan. Jadi, dapat disimpulkan bahwa persamaan gerak proyektil di bawah pengaruh faktor temperature dan kecepatan angin kurang cocok untuk diaplikasikan di kota Surabaya yang tergolong memiliki lingkungan tropis cukup stabil.

2. Hasil estimasi pada kedua metode menunjukkan bahwa variabel V_1 , V_2 , dan V_3 dari persamaan gerak proyektil di bawah pengaruh faktor temperatur dan kecepatan angin dengan menggunakan metode EnKF lebih baik daripada metode KF. Hal ini ditunjukkan dari tingkat akurasi estimasi EnKF yaitu 94.31 % untuk variabel V_1 , 97.6 % untuk variabel V_2 , dan 74.68 % untuk variabel V_3 dengan varian noise sistem (Q_k) dan noise pengukuran (R_k) yang digunakan dapat dilihat pada subbab 4.6.
3. Sebagai tambahan, diberikan informasi mengenai lintasan gerak proyektil pada target diam dan target bergerak. Pada target diam dengan diberikan berbagai varian sudut tembak (pitch) menunjukkan sedikit perbedaan pada jarak lintasan proyektil. Sedangkan pada target bergerak dengan diberikan berbagai varian sudut tembak (yaw) dan kecepatan proyektil pada sumbu-2 berbeda-beda diperoleh hasil berupa titik-titik target yang diasumsikan menjadi gerak target berupa garis lurus.

DAFTAR PUSTAKA

- Agus, N.A.S, Apriliani, E., M.A, Dian. (2018). Perbandingan Metode Kalman Filter, Extended Kalman Filter, dan Ensemble Kalman Filter pada Model Penyebaran Virus HIV/AIDS. Journal Mathematics and Its Applications Vol.15, No.1, Maret 2018,17-29.
- Apriliani, E., Arif, D. K., & Sanjoyo, B. A. (2010). The Square Root Ensemble Kalman Filter to Estimate The Concentration of Air Pollution. In Proceedings of The 2010 IEEE, International Conference on Mathematical Application in Engineering (IC-MAE'10), Kuala Lumpur, Malaysia.
- Curn. (2014). Correlated Estimation Problems and The

- Ensemble Kalman Filter. Dissertation of Department of Philosophy (Computer Science), Trinity College, Ireland: University of Dublin.
- Evensen, G., (2003). The Ensemble Kalman Filter: Theoretical Formulation and Practical Implementation. *Journal of Ocean Dynamics*, 53(4), 343-367.
- F, Khoiril Metrima. (2015). Pengaruh Temperatur Sintering Metode Metalurgi Serbuk Terhadap Frangibility dan Performa Balistik Peluru Frangible Komposit Cu-10%wtSn. Jurusan Teknik Material dan Metalurgi. ITS. Surabaya.
- H, Ryan. F. (2015). The Mathematical Modelling of Projectile Trajectories Under The Influence of Environmental Effects. University of New South Wales Canberra at the Australian Defence Force Academy, 2612, Australia. <https://www.pindad.com/mu3-p>
- Ngatini, Apriliani, E., & Nurhadi, H., (2017). Ensemble and Fuzzy Kalman Filter for Position Estimation of an Autonomous Underwater Vehicle Based on Dynamical System of AUV Motion.
- Pancahayani, Sigit. (2011). Estimasi Lintasan Misil Dengan Metode Ensemble Kalman Filter. Tugas Akhir S1. Jurusan Matematika FMIPA – ITS. Surabaya.
- R.L. McCoy. (2012). *Modern Exterior Ballistics: The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles*. Surrey: Schiffer Publishing Ltd.